

1 Rzeczywista roczna stopa oprocentowania

1.1 Co to jest RRSO i jak ją policzyć?

Zgodnie z ustawą rzeczywistą roczną stopą oprocentowania jest rozwiązanie następującego równania (w ustawie jest dokładnie to samo równanie, tylko trochę inaczej zapisane):

$$\sum_{k=1}^m \frac{C_k}{(1+x)^{t_k}} = \sum_{l=1}^{\bar{m}} \frac{D_l}{(1+x)^{s_l}}$$

przy czym użyte symbole oznaczają: x - rzeczywista roczna stopa oprocentowania; m - numer kolejny ostatniej wypłaty raty kredytu; k - numer kolejny wypłaty, zatem $1 \leq k \leq m$; C_k - kwotę wypłaty z numerem k ; t_k - okres, wyrażony w latach lub ułamkach lat, między dniem pierwszej wypłaty a dniem każdej kolejnej wypłaty, zatem $t_1 = 0$; \bar{m} - numer kolejny ostatniej spłaty lub wnoszonych opłat; l - numer kolejny spłaty lub wnoszonych opłat; D_l - kwotę spłaty lub wnoszonych opłat z numerem l ; s_l - okres, wyrażony w latach lub ułamkach lat, między dniem pierwszej wypłaty a dniem każdej spłaty lub wniesienia opłat. Przy czym rozwiązanie to zapisujemy jako wartość procentową. Lewa strona wzoru informuje nas w jakiej wysokości i w jakich odstępach czasu instytucja udzielająca pożyczki lub kredytu będzie nam wypłacać pieniądze. Przy czym za zwyczaj wszystkie pieniądze dostajemy od razu, wtedy nasza suma będzie miała tylko jeden składnik i $t_1 = 0$ a więc mianownik podnosimy do zerowej potęgi, czyli w mianowniku mamy 1 w liczniku zaś mamy całkowitą kwotę kredytu, czyli wszystkie pieniądze które instytucja finansowa daje nam do dyspozycji, a jeżeli prowizja, ubezpieczenie lub inne opłaty są płacone osobno, i są one płacone w tym momencie to należy je odjąć od kwoty, którą bank daje nam do dyspozycji. Jeżeli np. bierzemy kredyt na 10000 złotych, ale prowizja jest płacona osobno i wynosi 1000 złotych, to bank daje nam do dyspozycji 9000 złotych. Jeśli prowizja, ubezpieczenie (a także inne opłaty) są kredytowane, to z tego powodu raty są wyższe i te wyższe raty składają się na nasz ciąg płatności D_l (podobnie gdyby ubezpieczenie, prowizja i inne opłaty nie były kredytowane, ale rozdzielone na miesięczne składki). Należy również zauważyć, że „jeżeli umowa o kredyt daje konsumentowi swobodę dokonywania wypłat, przyjmuje się, że całkowita kwota kredytu została wypłacona od razu i w całości”, czyli tak jakbyśmy wszystkie pieniądze dostali od razu. Prawa strona wzoru informuje nas w jakiej wysokości i w jakich odstępach czasu my będziemy wpłacać pieniądze. Zgodnie z ustawą równanie to może być zapisane w postaci jednej sumy z wykorzystaniem koncepcji przepływów A_k , które mogą być dodatnie lub ujemne - zapłacone lub otrzymane w okresach 1 do k , wyrażonych w latach:

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{(1+x)^{t_k}}$$

gdzie S - oznacza bieżące saldo przepływów; jeżeli celem jest zachowanie równoważności przepływów, wartość ta będzie równa 0. My właśnie chcemy zachować równoważność przepływów, więc po lewej wstawiamy zero. To równanie powstało w ten sposób, że wypłaty banku przenieśliśmy, na prawą stronę znaku równości, ze znakiem minus, jednocześnie symbol C_k zastąpiliśmy symbolem A_k , symbol D_l również został zamieniony na A_k , a symbol s_l został zamieniony na t_k . Koncepcja pozostaje ta sama, z tym, że jeżeli bank daje nam pieniądze to piszemy znak minus przy tej kwocie. Jak widać RRSO zależy od okresów pomiędzy wypłatą(ami) banku, a naszymi spłatami (a te zależą od dat tych operacji) i od wysokości wypłat i spłat. Obliczanie okresów, wiąże się z obliczaniem liczby dni

między dwiema datami, tę liczbę liczymy w ten sposób, że pierwszej(wcześniejszej) daty nie bierzemy pod uwagę, a drugą (późniejszą) bierzemy pod uwagę, np. pomiędzy 19.02.2019 a 21.02.2019 minęły dwa dni: 20.02.2019 i 21.02.2019. Jeżeli mamy dwie daty, które różnią się o jeden miesiąc, to liczba dni między nimi wynosi zawsze tyle dni ile ma miesiąc we wcześniejszej dacie (żeby to udowodnić wystarczy zauważyć, że dni, które są w późniejszym miesiącu, to dokładnie te dni, których brakuje we wcześniejszym). Dla przykładu między 19.05.2019 a 19.06.2019 jest 31 dni, bo maj ma 31 dni. To wszystko łatwiej będzie zrozumieć jeżeli zobaczymy przykład. Pożyczaliśmy 6 tysięcy złotych 19.02.2019 roku, a następnie 19 marca, kwietnia i maja oddajemy dług w kolejnych ratach wynoszących odpowiednio 2150, 2100 i 2050 złotych, wtedy RRSO wynosi: 0,3599641264 czyli 35,99641264%, a równanie wygląda tak:

$$\frac{6000}{(1 + 0,3599641264)^0} = \frac{2150}{(1 + 0,3599641264)^{28/365}} + \frac{2100}{(1 + 0,3599641264)^{59/365}} + \frac{2050}{(1 + 0,3599641264)^{89/365}}$$

Po lewej mamy 6000 złotych, które bank nam pożycza, i zero w wykładniku mianownika ponieważ zgodnie z ustawą jest to okres t_1 , po prawej stronie mamy pierwszą naszą spłatę 2150 złotych, a okres czasu jaki minął między 19.02.2019 a 19.03.2019 to 28 dni, jest to $\frac{28}{365}$ część roku, a więc $s_1 = \frac{28}{365}$ i taka liczba jest wykładnikiem w mianowniku. Następnie mamy drugą naszą spłatę równą 2100 złotych, okres między 19.02.2019 a 19.04.2019 to 59 dni stąd $s_2 = \frac{59}{365}$, a ostatnia rata to 2050 złotych, okres między 19.02.2019 a 19.05.2019 to 89 dni, czyli $s_3 = \frac{89}{365}$ i taka liczba jest w ostatnim wykładniku mianownika. Jeżeli będziemy chcieli skorzystać z koncepcji przepływów, to nie wiele się tu zmieni, nasze równanie będzie wyglądało tak:

$$0 = \frac{-6000}{(1 + 0,3599641264)^0} + \frac{2150}{(1 + 0,3599641264)^{28/365}} + \frac{2100}{(1 + 0,3599641264)^{59/365}} + \frac{2050}{(1 + 0,3599641264)^{89/365}}$$

Czytając załącznik do ustawy, definiujący RRSO pojawia się pytanie jak traktować lata przestępne. Moim zdaniem błędne jest dzielenie rzeczywistej liczby dni w roku przestępnym przez 365. Rzeczywistą liczbę dni w roku przestępnym powinniśmy dzielić przez 366 dni. Wynika, to wprost ze słów „odstępny czasu między datami używanymi w obliczeniach wyrażone będą w latach lub w ułamkach roku, przy czym rok liczy 365 dni, a w przypadku lat przestępnych 366 dni”. Przy czym w większości przypadków, nie ma to większego znaczenia (a różnica będzie na tyle mała, że dla sądu raczej nie będzie istotna). W tym momencie rodzi się pytanie, jak potraktować okres czasu, który zaczął się (lub skończył) w roku nie przestępnym, a skończył (lub zaczął) w roku przestępnym. Te dni, które przypadają na rok nie przestępny dzielimy przez 365, a te które przypadają na rok przestępny dzielimy przez 366. Na przykład okres czasu pomiędzy 19.12.2019 a 19.01.2020 to $\frac{12}{365} + \frac{19}{366}$ część roku. Zapiszemy, to jako jeden ułamek. Musimy znaleźć wspólny mianownik, jest nim $365 \cdot 366 = 133590$ (nie ma mniejszego), teraz liczymy:

$$\frac{12}{365} + \frac{19}{366} = \frac{12 \cdot 366}{365 \cdot 366} + \frac{19 \cdot 365}{366 \cdot 365} = \frac{12 \cdot 366 + 19 \cdot 365}{365 \cdot 366} = \frac{11327}{133590}$$

Liczenie RRSO bez komputera jest praktycznie niewykonalne. RRSO można policzyć w arkuszu kalkulacyjnym, potrzebujemy tu funkcji XIRR. Funkcja ta dokładnie oblicza

RRSO, aczkolwiek tylko w przypadku gdy nie są liczone odsetki przez żaden dzień roku przestępnego (ponieważ dzieli dni w roku przestępnym przez 365). Funkcja ta przyjmuje dwa ciągi danych jako argumenty. Pierwszy to ciąg dat, w których dochodzi do płatności. Drugi argument, to ciąg płatności, przy czym jeśli bank wypłaca nam pieniądze to przy tej płatności (prawie zawsze jest to jedynie pierwsza płatność, chyba że kredyt lub pożyczka wypłacany jest w transzach) stawiamy znak minus (a więc funkcja korzysta z koncepcji przepływów). Pozostaje pytanie, jak można udowodnić, że RRSO wynosi, tyle ile wynosi. Wydaję mi się, że na potrzeby sporu sądowego, potrzebny będzie wydruk, który będzie można sprawdzić kalkulatorem. W tym celu, każdy element sumy $\frac{A_k}{(1+x)^{t_k}}$ należałoby rozisać w jednym wierszu, tak, aby każdy krok był do policzenia z kalkulatorem, a ostatnia kolumna zawierałaby właśnie te elementy: $\frac{A_k}{(1+x)^{t_k}}$, teraz sumując te elementy sprawdzamy, czy wyszło zero (wykorzystujemy koncepcję przepływów), jeżeli tak, to znaczy, że RRSO jest dobrze policzona. Zobaczmy, jak to wygląda na przykładzie, który już rozpatrywaliśmy: pożyczaliśmy 6 tysięcy złotych 19.02.2019 roku, a następnie 19 marca, kwietnia i maja oddajemy dług w kolejnych ratach wynoszących odpowiednio 2150, 2100 i 2050 złotych, wtedy RRSO wynosi: 0,3599641264. Zaś udowodnienie tego mogłoby wyglądać tak:

Numer k	Data (z numerem k)	Kwota (Przepływ z numerem k): A_k	Czas (część roku) między dwiema kolejnymi datami	Czas (część roku) między dniem pierwszej wypłaty a dniem wypłaty z numerem k (ułamek zwykły): t_k	Czas (część roku) między dniem pierwszej wypłaty a dniem wypłaty z numerem k : t_k	Wartość ułamka $\frac{A_k}{(1+RRSO)^{t_k}}$
1	19-02-2019	-6000	0	0	0	-6000
2	19-03-2019	2150	28/365	28/365	0,07671233	2099,8838
3	19-04-2019	2100	31/365	59/365	0,16164384	1998,1837
4	19-05-2019	2050	30/365	89/365	0,24383562	1901,9326
Σ	-	-	-	-	-	0,0001

Tablica 1: Dokumentowanie (dowodzenie) wartości RRSO.

Po raz pierwszy użyjemy kalkulatora zamieniając ułamki zwykłe w kolumnie piątej (część roku między dniem pierwszej wypłaty, a dniem wypłaty z numerem k zapisaną jako ułamek zwykły) na ułamki dziesiętne (żeby je wpisać do kolumny szóstej). Po raz drugi użyjemy kalkulatora przy wyliczaniu ułamka $\frac{A_k}{(1+RRSO)^{t_k}}$ przy czym musimy mieć kalkulator dający możliwość podnoszenia do potęgi, tu może być konieczne skorzystanie z pomocy kartki i ołówka, żeby zapisać wyniki cząstkowe (np. $(1 + RRSO)^{t_k}$, ale to zależy m. in. od tego jaki mamy kalkulator i jak się nim posługujemy). W każdym wierszu musimy powtórzyć te operacje, a na końcu wartości z ostatniej kolumny sumujemy, jeżeli wychodzi zero, to mamy dobrze policzoną RRSO, jeżeli mamy wartość bliską zero to również możemy uznać, że RRSO jest dobrze policzona, jest to kwestia tego, że musimy w którymś momencie zaokrąglić liczby. W tym przypadku suma wyszła równa 0,0001,

czyli mniej niż jeden grosz (0,01), i myślę, że każdy sędzia powinien uznać wynik poniżej 0,01 za dopuszczalny. Jeżeli mielibyśmy rok przestępny, to pojawiłyby się nam ułamek o mianowniku 133590, więc wygodniejsze byłoby w piątej kolumnie wpisywać ułamki z kolumny czwartej w postaci dziesiętnej, a w kolumnie szóstej sumować wartości z kolumny piątej (jest to mniej dokładne sprawdzanie, bo jest więcej zaokrążeń, na samą wartość RRSO nie ma to wpływu). Teoretycznie stworzenie takiej tabelki dokumentującej wartość RRSO jest możliwe do zrobienia ręcznie, ale byłoby to bardzo żmudne i nie wiemy jak liczyć RRSO, gdy mamy rok przestępny (i jeśli mam rację, że dni w roku przestępnym dzielimy przez 366). W tej sytuacji możemy skorzystać z programu, który stworzy taką tabelkę za nas. Pod adresem: <https://www.taniekredyty.info.pl/rrso> jest mój kalkulator, który wyliczy RRSO i udokumentuje to w sposób podobny do tego jak to było zrobione wyżej. Jeżeli mamy harmonogram w wersji papierowej, to najlepiej przepisać go do arkusza kalkulacyjnego w taki sposób, aby z lewej były daty a z prawej odpowiadające im kwoty (naszych spłat i wypłat banku) i potem skopiować do programu, często jest problem z ustaleniem dnia wypłaty gotówki przez bank i wtedy można łatwo wykonać kilka prób kopiując wyniki z arkusza. Wyniki należy skopiować do edytora tekstu (wewnętrzne krawędzie tabeli nie są widoczne na stronie, ale po przekopiowaniu powinny się pojawić), ewentualnie poprawić wygląd (szczególnie w nagłówkach tabeli) i można wydruk potraktować jako dowód, faktu że RRSO wynosi tyle ile wyliczył program, a nie tyle ile wyliczył bank, przy czym często banki RRSO liczą dobrze, aczkolwiek widziałem sytuację, gdy RRSO była źle policzona, ale różnica była nie wielka np. 0.2 punktu procentowego. Dodatkowo sprawę komplikuje fakt, że bank może nie zapisać jaką datę przyjął za datę wypłaty pożyczki, brak takiej daty to moim zdaniem, brak ważnego założenia bez którego nie można policzyć RRSO (a więc skutkuje to kredytem darmowym, aczkolwiek to może stwierdzić sąd, jeżeli inne drogi zawiodą). Program najpierw liczy RRSO, a potem wykonuje obliczenia sprawdzające tak, jak robi to kalkulator, więc gdyby w programie było coś złe, to suma w ostatniej kolumnie nie byłaby równa zero, ani nie byłaby bliska wartości zero (ewentualne błędy można zgłaszać na adres: kontakt@taniekredyty.info.pl; przy czym moja gorąca prośba jest taka, żeby zgłaszać ewentualne błędy wraz z danymi, które je wygenerowały). Mimo to, dla absolutnej pewności dobrze jest dane na wydruku sprawdzić z kalkulatorem (albo w arkuszu kalkulacyjnym).